

БЕБРАС – 2024



Відповіді та вказівки до розв'язування завдань

Зміст

1.	Задача «Маршрут».....	4
	А) Задача для 2-5 класів.....	4
	Б) Задача для 6-9 класів.....	4
2.	Подарунки.....	5
	А) Задача для 2-5 класів.....	5
	Б) Задача для 6-11 класів.....	5
3.	Онлайн.....	6
4.	Бебраслет.....	6
5.	Холмс.....	7
	А) Задача для 2-5 класів.....	7
	Б) Задача для 6-9 класів.....	7
	В) Задача для 10-11 класів.....	7
6.	Намберлінк.....	8
	А) Задача для 2-3 класів.....	8
	Б) Задача для 4-7 класів.....	8
	В) Задача для 8-11 класів.....	8
7.	Терези.....	8
	А) Задача для 2-3 класів.....	8
	Б) Задача для 4 - 7 класів.....	9
	В) Задача для 8 - 11 класів.....	9
8.	Фарбувальник.....	9
	А) Задача для 2 - 3 класів.....	9
	Б) Задача для 4 - 7 класів.....	9
	В) Задача для 8 - 11 класів.....	9
9.	Жетони.....	10
	А) Задача для 2-3 класів.....	10
	Б) Задача для 4-5 класів.....	10
	В) Задача для 6-7 класів.....	10
	Г) Задача для 8-9 класів.....	10
	Г) Задача для 10-11 класів.....	10
10.	Монети.....	11
	А) Задача для 2-3 класів.....	11
	Б) Задача для 4-5 класів.....	11
	В) Задача для 6-7 класів.....	11
	Г) Задача для 8-9 класів.....	12
	Д) Задача для 10-11 класів.....	12
11.	Сад.....	12
12.	НЦСК.....	13
	А) Задача для 6-7 класів.....	13
	А) Задача для 6-7 класів.....	13
	Б) Задача для 8-9 класів.....	13
	В) Задача для 10-11 класів.....	13
13.	Заповідник.....	14
14.	Модернізація.....	14
	А) Задача для 8-9 класів.....	14
	Б) Задача для 10 - 11 класів.....	15
15.	Доміно.....	15
16.	Калькулятор.....	16

У цьому збірнику ви знайдете відповіді та вказівки до розв'язування всіх завдань конкурсу «Бебрас-2024» в Україні.

На титульній сторінці – малюнок, створений Алісою Ташпулатовою (Новоукраїнський ліцей №6) з використанням інструментарію штучного інтелекту.

Змагання проходили у наступних вікових групах:

- **Бобренятчко:** 2-3 класи;
- **Бобренятко:** 4-5 класи;
- **Бобренья:** 6-7 класи;
- **Бобрік:** 8-9 класи;
- **Бобер:** 10-11 класи.

Підсумки проводились по кожному класу окремо.

Однотипні задачі розглядаються, починаючи з завдань для молодших вікових груп.

Потрібну задачу легко знайти, клікаючи по її назві у змісті на початку збірника.

Радимо розбирати розв'язки задач, використовуючи демоверсію завдань 2024 року. Її можна завантажити у архіві завдань на сайті конкурсу: <http://bober.net.ua/page.php?name=archive&>

У цьому році використано задачі, запропоновані авторами з наступних країн:

Бразилія, Італія, Малайзія, Німеччина, Пакистан, Словаччина, Тайвань, Туреччина.

Завдання цього річного конкурсу від України підготували:

Володимир Ксьондзик, СЗОШ № 9, м. Львів

Олег Погорелов, Миргородський ліцей, Полтавська обл.

Ростислав Шпакович, Львівський фізико-математичний ліцей.

Задачі українських авторів були використані у національних конкурсах наступних країн:

Аргентина, Болгарія, Іран, Литва, Пакистан, Португалія, Словенія, Тайвань, Таїланд, Хорватія, Чехія, Чорногорія.

У 2024- 2025 році Конкурс було проведено у 74 країнах світу. Участь у ньому взяли 3 980 000 учнів.

В Україні участь взяли 66 664 учні.

Кількість учасників по регіонах України:

Область	Кількість учасників
Дніпропетровська	7158
Хмельницька	1427
Сумська	1600
Івано-Франківська	1133
Волинська	3518
Вінницька	1882
Донецька	541
Житомирська	1964
Закарпатська	1554
Запорізька	1177
Київ	3617
Київська	1815
Кіровоградська	2885

Луганська	25
Львівська	14677
Миколаївська	890
Одеська	4045
Полтавська	4503
Рівненська	2245
Тернопільська	1681
Харківська	1461
Херсонська	184
Черкаська	3058
Чернівецька	2311
Чернігівська	1432
Координаційний центр у Німеччині	58
Координаційний центр у Швейцарії	3

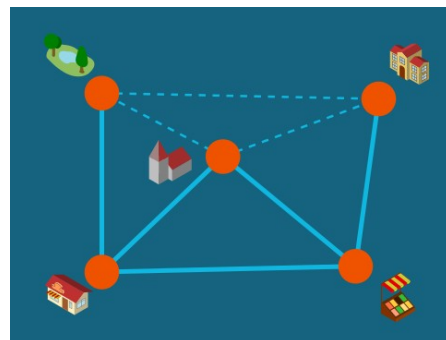
Для Росії та Білорусі заборона участі продовжено і на наступний конкурс.

1. Задача «Маршрут»

автор – Ростислав Шпакович, м. Львів

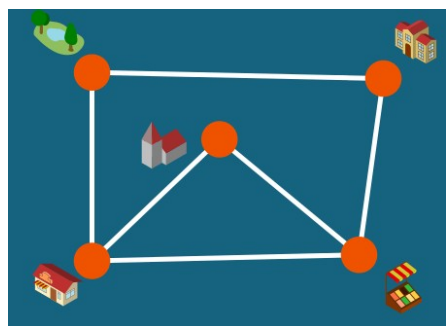
А) Задача для 2-5 класів

Бобрик Боб запланував туристичний похід п'ятьма мальовничими стежками. Він позначив їх на карті блакитними лініями. Допоможіть бобрику пройти по кожній стежці рівно один раз. Для цього послідовно клікайте по стежках маршруту. Пройдені стежки змінюють колір на білий. До маршруту можна включити лише одну з трьох стежок, позначених штриховими лініями.



Підказка: Не може бути більше ніж два розгалуження з непарною кількістю стежок. Зрозуміло, що це два нижні розгалуження. Тоді одне з цих розгалужень є початком маршруту, а інше – кінцем маршруту. Інші три розгалуження повинні мати лише по дві стежки – вхідну та вихідну.

Задачу розв'язали від 79% другокласників до 88% п'ятикласників.

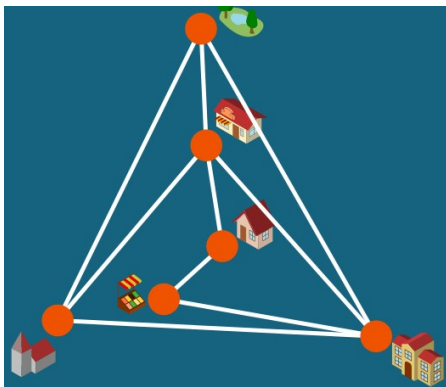
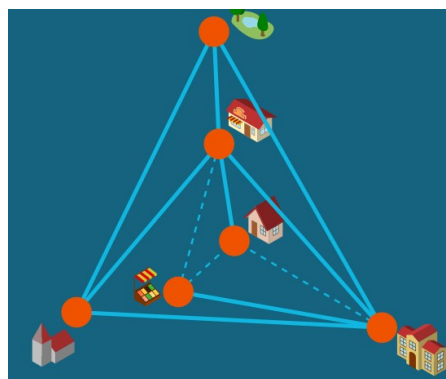


Б) Задача для 6-9 класів

Задача відрізняється від попередньої лише тим, що маршрут потрібно прокласти через вісім заданих і одну додаткову стежку.

Підказка: Зрозуміло, що непарна кількість стежок може бути лише у найлівішому та найвищому розгалуженні. Ці розгалуження повинні бути початковою та кінцевими точками маршруту. Реалізуйте цей розв'язок на демоверсії конкурсу самостійно.

Правильно розв'язали задачу 88% учнів



2. Подарунки

автор - Лоренцо Репетто, Італія

На день святого Миколая бобрики Альф і Боб отримали подарунки. Вони повинні знайти і відкрити шафки з їхніми подарунками. У кожній шафці лежить конвертик з ключем від шафки з наступним подарунком.

У шафці з останнім подарунком лежить конверт з написом "END". Спочатку Альф отримав ключ від шостої шафки. Оскільки Боб був не дуже чемним, Миколай дав йому трохи важче завдання. Боб отримав ключик без номера і повинен сам знайти відповідну шафку.

А) Задача для 2-5 класів

Спочатку Альф отримав ключ від шостої шафки. Оскільки Боб був не дуже чемним, Миколай дав йому трохи важче завдання. Боб отримав ключик без номера і повинен сам знайти відповідну шафку.



Вкажіть подарунки кожного бобреняти у порядку їх отримання.

Наприклад, A1 - це перший подарунок Альфа, A2 - другий, і т.д.

Підказка: Альф стартує з шостої шафки і просто отримує ключ з номером наступної шафки:



Боб змушений шукати свою стартову шафку у зворотному порядку. Тепер він бачить, що його останній подарунок у шафці №7, ключ від сьомої шафки у шафці №5, і так далі. Завершіть задачу самостійно. Правильно розв'язали задачу 50% учнів.

Б) Задача для 6-11 класів

На день святого Миколая бобренята Альф, Боб і Камала отримали подарунки. Вони повинні знайти і відкрити шафки з їхніми подарунками.

У кожній шафці лежить конвертик з ключем від шафки з наступним подарунком. У шафці з останнім подарунком лежить конверт з написом "END". Спочатку Альф отримав ключ від четвертої шафки, а Боб — від десятої. Оскільки Камала була не дуже чемною, Миколай дав їй трохи важче завдання. Камала отримала ключик без номера і повинна сама знайти відповідну шафку.



Вкажіть подарунки кожного бобреняти у порядку їх отримання.
Наприклад, А1 - це перший подарунок Альфа, А2 - другий, і т.д.

Розв'яжіть задачу самостійно, використовуючи підказки для учнів 2-5 класів.
Задачу розв'язали від 54% шестикласників до 66% одинадцятикласників.

3. Онлайн

автор - Хайрул Анвар, Малайзія
(2-9 класи)

Вчителька проводить урок з дому онлайн. Дев'ять учнів сидять в одному ряді шкільної бібліотеки. Вчителька бачить на своєму екрані такі зображення з відеокамер учнівських ноутбуків:

Хто з учнів сидить по центру (на п'ятому місці зліва чи справа)?

Відповідь: Ганна

Правильну відповідь дали від 47% другокласників до 71% дев'ятикласників.

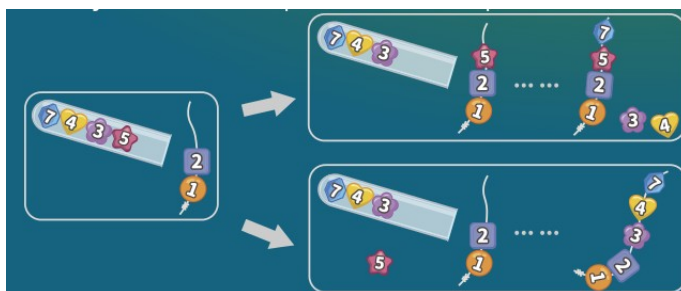


4. Бебраслет

автор - Чхе Чху Чхен, Тайвань
(2-11 класи)

Бобрик робить бебраслети, нанизуючи бісеринки на нитку. Кожну намистинку з пробірки можна або використати, або відкинути і взяти наступну. Бісеринки можна нанизувати лише за зростанням номерів.

Приклад. У пробірці було сім бісерінок. Бобрик вже нанизав бісеринки № 1 і №2. Тепер, якщо він використає намистинку №5, то може отримати бебраслет лише з 4-х бісерінок. Якщо не використає, то може отримати бебраслет з 5-ти бісерінок.



Для наступного браслета бобрик взяв пробірку з дев'ятьма бісеринками.
Яка найбільша кількість бісерінок може бути у новому бебраслеті:



Розв'язування.

Ефективним способом розв'язування цієї задачі є наступний жадібний алгоритм:

- 1) Розглядаємо дві перші невикористані бісеринки у пробірці.
- 2) **Якщо** номер першої менший за номер другої, додаємо до бебраслета першу бісеринку, **Інакше** відкидаємо першу бісеринку.

3) Якщо залишилось більше однієї бісеринки, повертаємось до кроку 1)

Інакше якщо залишилась остання бісеринка, додаємо її додаємо до браслета.

За цим алгоритмом отримуємо таку послідовність: **1, 2, 4, 6, 7, 9.**

Зауважимо, що цей спосіб не єдиний. Можна отримати і іншу зростаючу послідовність з шести бісеринок: **1, 3, 4, 6, 7, 9.**

Правильну відповідь вибрали від 38% другокласників до 57% одинадятикласників.

5. Холмс

автор – Олег Погорєлов, Миргород, Полтавська обл.

А) Задача для 2-5 класів

Міс Хадсон запросила на свій день народження доктора Ватсона та Шерлока Холмса. Господиня показала гостям 4 святкові ковпаки — три синіх і один жовтий. Потім вона попросила гостей закрити очі і одягнула на всіх ковпаки. Четвертий ковпак вона заховала. Хадсон дозволила Ватсону відкрити очі і визначити, якого кольору ковпак на ньому. Ватсон відповів, що не знає. Після цього міс звернулася до Холмса:

“Містер Холмс. У вас і у доктора ковпаки різного кольору. Скажіть, не розплющуючи очей, якого кольору ковпак у кожного з нас?”

Допоможіть Холмсу дати правильну відповідь.

Перетягніть відповідні ковпаки у порожні клітинки.

Розв’язування.

Логічні міркування Холмса:

«Якби на мені чи на міс Хадсон був жовтий ковпак, навіть Ватсон би зрозумів, що на ньому синій ковпак. Отже, на мені і міс Хадсон сині ковпаки, а на Ватсоні - жовтий. »

Таку відповідь дали 44% учнів.

Б) Задача для 6-9 класів

Міс Хадсон запросила на свій день народження доктора Ватсона, інспектора Лестрейда та Шерлока Холмса. Господиня показала гостям 5 святкових ковпаків — три синіх і два жовтих. Потім вона попросила гостей закрити очі і одягнула на всіх ковпаки. П'ятий ковпак вона заховала. Хадсон дозволила Ватсону відкрити очі і визначити, якого кольору ковпак на ньому. Ватсон відповів, що не знає. Після цього міс звернулася до Холмса: “Містере Холмс. У вас і Лестрейда ковпаки однакового кольору. Скажіть, не розплющуючи очей, якого кольору ковпак у вас?”

Розв’язування.

Логічні міркування Холмса:

«Якби Ватсон побачив три синіх або два жовтих ковпаки, він зразу б зрозумів, якого кольору ковпак у нього. Отже він побачив два синіх та один жовтий ковпак. Отже у нас з Лестрейдом сині ковпаки»

Правильну відповідь дали від 40% шестикласників до 56% дев’ятикласників.

В) Задача для 10-11 класів

Міс Хадсон запросила на свій день народження доктора Ватсона, інспектора Лестрейда та Шерлока Холмса.

Господиня показала гостям 5 святкових ковпаків — три синіх і два жовтих. Потім вона попросила гостей закрити очі і одягнула на них ковпаки. Два ковпаки, що залишились, вона заховала. Хадсон дозволила Ватсону відкрити очі і визначити, якого кольору ковпак на ньому. Ватсон відповів, що не знає. Потім Хадсон дозволила відкрити очі Лестрейду. Він теж не зміг визначити колір свого ковпака.

Після цього міс звернулася до Холмса:

“Містере Холмс. Скажіть, не розплющуючи очей, якого кольору ковпак у вас?”

Розв’язування.

Логічні міркування Холмса:

- «1. Припустимо, що на мені жовтий ковпак. Оскільки Ватсон не визначив, якого кольору ковпак у нього, значить він побачив на Хадсон і Лестрейді сині ковпаки.
 2. Після цього профі Лестрейд зразу б зрозумів, що на ньому синій ковпак.
 3. Оскільки Лестрейд не відповів, значить моє початкове припущення неправильне.
 4. Отже на мені синій ковпак!»
- Таку відповідь дали 54% учасників.

6. Намберлінк

автор – Вольфганг Поль, Німеччина

Бобренятам дуже подобаються задачі відомого американського шахіста та автора головоломок Сема Лойда. Допоможіть їм розв'язати таку головоломку:

Потрібно зв'язати доріжками всі пари однакових чисел.

Доріжки можна прокладати, послідовно клікаючи по сусідніх клітинках.

Кожна клітинка повинна належати якійсь доріжці. Доріжки не можуть перетинатися.

А) Задача для 2-3 класів

На малюнку справа перша доріжка вже прокладена.

Ця задача виявилась найлегшою. Її розв'язали 95% учнів молодших класів.

			3
3			
2		1	
1			2

Б) Задача для 4-7 класів

На малюнку справа перша доріжка вже прокладена.

Задачу розв'язали 94% учасників конкурсу.

3			
		1	3
	2		
1			2

В) Задача для 8-11 класів

Розв'яжіть цю задачу самостійно.

Її розв'язали 92% старшокласників.

3	3		1
			2
1	2		

7. Терези

автор – Леонардо Баричелло, Бразилія

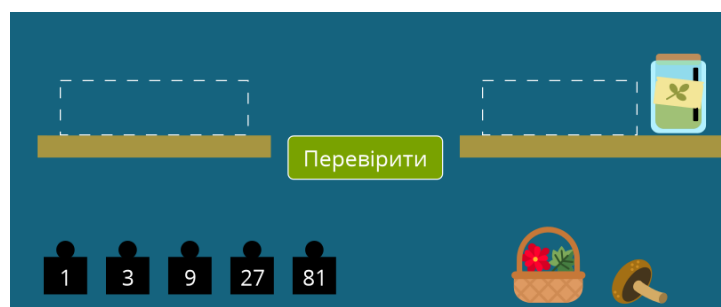
А) Задача для 2-3 класів

Бобер Дженаро продає на ринку гірський чай, цілющі трави та гриби.

Він має лише шалькові терези та по одній гирці масою 1, 3, 9, 27 та 81 грам відповідно.

Покупець замовив 112 грамів гірського чаю.

Дженаро поставив на праву шальку пакет чаю такої маси.



Допоможіть перевірити, чи маса пакету дорівнює 112 грамів.
Для цього поставте відповідні гирки на шальки терезів.

Підказка. Можна використати наступний жадібний алгоритм:

Ставити на ліву шальку найважчі гирки, поки їхня сумарна вага менша або дорівнює 112 грамів.
Тобто ставимо гирки масою 81 та 27 грамів. Гирку у 9 грамів пропускаємо, оскільки тоді маса гирьк стане більшою за 112 грамів.
Задачу розв'язали 89% учнів.

Б) Задача для 4 - 7 класів

Умова відрізняється від попередньої лише тим, що маса пакету чаю 64 грамів.

Підказка. Попередній алгоритм не проходить, тому що отримати 64 грами на лівій шальці з даних гирьок неможливо.

Тому алгоритм потрібно трохи модифікувати:

Починати з найважчої гирки. Кожну наступну гирку ставити на ту шальку, яка зараз легша.

При цьому гирку масою 3 грами потрібно пропустити.

Правильне зважування виконали від 88% учнів 4 класу до 95% семикласників.

В) Задача для 8 - 11 класів

Умова відрізняється від попередньої лише тим, що маса пакету чаю 64 грами.

Розв'яжіть задачу самостійно.

Правильне зважування виконали 95% старшокласників.

8. Фарбувальник

автор – Володимир Ксьондзик, Львів

Робот-фарбувальник фарбує білі поверхні наступним чином.

При проході поверхні зліва направо робот фарбує відповідні секції блакитним кольором. При зворотному проході відповідні секції замальовуються жовтим кольором. При змішуванні блакитного та жовтого кольорів отримується зелений колір. На кожному проході задається свій крок фарбування.

Приклад: Кількість секцій дорівнює семи. Для фарбування блакитним кольором крок фарбування дорівнює одиниці. Для фарбування жовтим кольором крок дорівнює двом. Результат фарбування:



А) Задача для 2 - 3 класів

Поверхня складається з восьми секцій. Зафарбуйте кожним кольором по дві секції, розташовані поруч. Виберіть відповідні кроки фарбування.

Підказка. Неважко здогадатись, що за кроки потрібно вибрати числа 2 і 4 – дільники числа 8.

Правильне фарбування виконали 78% другокласників та 85% третьокласників.

Б) Задача для 4 - 7 класів

Поверхня складається з 12-ти секцій. Зафарбуйте кожним кольором по дві сусідні секції та по одній окремій секції. Виберіть відповідні кроки фарбування.

Підказка. За відповідні кроки підберіть відповідні дільники числа 12 самостійно.

Правильне фарбування виконали від 85% чотирикласників та 93% семикласників

В) Задача для 8 - 11 класів

Поверхня складається з 24-х секцій. Зафарбуйте кожним кольором окремі смуги з трьох сусідніх секцій, двох сусідніх секцій, та однієї секції. Виберіть відповідні кроки фарбування.

Підказка. За відповідні кроки підберіть відповідні взаємнопрості дільники числа 24 самостійно.

Правильне фарбування виконали 82% учасників конкурсу.

9. Жетони

автор - Ростислав Шпакович, Львів

Є ряд з синіх та жовтих жетонів.

Марічка та Зеник роблять по черзі один з таких ходів:

1. Можна забрати один довільний жетон (двічі клікнувши по ньому).
2. Можна забрати два жетони однакового кольору і всі жетони, що розташовані між ними.
(Для цього клікніть по вибраних крайніх жетонах).

Перемагає той, хто забирає останній жетон.

Гру починає Марічка. Допоможіть їй перемогти.

А) Задача для 2-3 класів



Підказка. Виграшна стратегія полягає у тому, щоб після свого ходу залишати супернику однакові кількості синіх та жовтих жетонів. Тобто, на першому ході Марічці потрібно забрати один довільний жовтий жетон.

Виграшну стратегію знайшли 36% другокласників та 49% третьокласників

Б) Задача для 4-5 класів



Підказка. Перший виграшний хід Марічки – залишити зліва три синіх, а справа – три жовтих жетони. Це можна зробити двома способами.

Цей хід знайшли 42% чотирикласників та 49% п'ятикласників

В) Задача для 6-7 класів



Підказка. Перший виграшний хід Марічки – залишити зліва 5 синіх, а справа – 5 жовтих жетонів. Цей хід знайшли 35% учасників конкурсу.

Г) Задача для 8-9 класів



Підказка. Один з можливих виграшних перших ходів Марічки:



Виграти зуміли 46% учнів.

Г) Задача для 10-11 класів



Стратегія та ж, що і на попередньому рівні. Виграти зуміли 55% старшокласників.

10. Монети

автор – Ростислав Шпакович, Львів

А) Задача для 2-3 класів

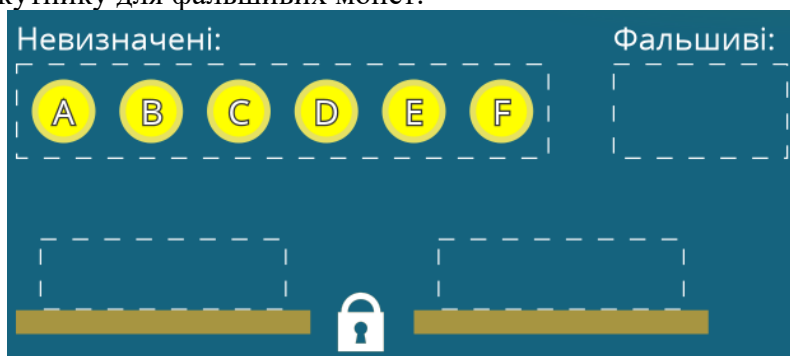
У рядку з шести монет є чотири справжні і дві фальшиві.

Справжні монети однакові за вагою.

Відомо, що фальшиві монети легші і вони стоять поряд.

Виявіть фальшиві монети за два зважування на шалькових терезах.

Розмістіть їх у прямокутнику для фальшивих монет.



Розв'язування.

Перше зважування: на ліву шальку ставимо монети А і В, на праву – Е і F.

1) Якщо рівновага – фальшиві монети С і D.

2) Якщо ліва шалька легша: монета В фальшива.

За друге зважування визначаємо другу фальшиву монету: А або С.

3) Випадок, коли легша пара монет Е і F розберіть самостійно.

Фальшиві монети визначили 22% учнів.

Б) Задача для 4-5 класів

Задача відрізняється лише тим, що дано не 6, а 7 монет.



Розв'язування.

Перше зважування: на ліву шальку ставимо монети В і С, на праву – Е і F.

Оскільки дві фальшиві монети стоять поряд, рівновага тут неможлива.

1) Якщо ліва шалька легша, дві фальшиві монети серед монет А, В, С, D

У другому зважуванні порівнюємо монети А і D

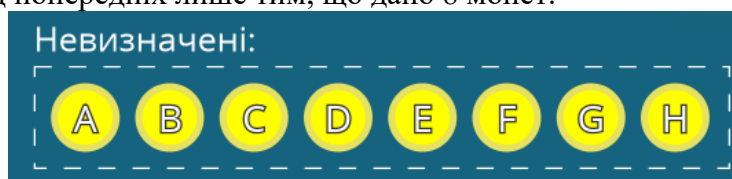
За його результатом визначаємо, яка з трьох пар монет є фальшивою:

А і В, С і D, В і С.

2) Випадок, коли легша права шалька, розгляньте самостійно.

В) Задача для 6-7 класів

Задача відрізняється від попередніх лише тим, що дано 8 монет.



Розв'язування.

Ідея розв'язку така ж, як у попередньому випадку:

У першому зважуванні на ліву шальку ставимо В і С, на праву F і G.

Якщо рівновага – фальшиві D і E.

При інших результатах зважування хід міркувань такий же, як у попередньому випадку.

Фальшиві монети визначили 25% учнів.

Г) Задача для 8-9 класів

Задача відрізняється від попередніх лише тим, що дано 9 монет.



Розв'язування.

Ідея розв'язку така ж, як у попередньому випадку:

У першому зважуванні на ліву шальку ставимо C і D, на праву F і G.

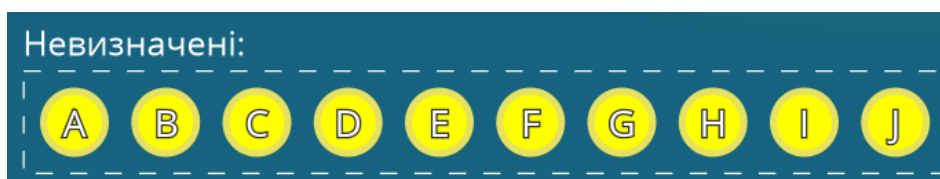
Якщо рівновага, фальшива пара (A, B) або (H, I). Яка саме, визначаємо у другому зважуванні.

Якщо під час першого зважування рівноваги немає, міркування такі ж, як на попередньому рівні.

Фальшиві монети визначили 21% учнів.

Д) Задача для 10-11 класів

Задача відрізняється від попередніх лише тим, що дано 10 монет.



Розв'язування.

У першому зважуванні на ліву шальку ставимо C і D, на праву G і H.

Якщо рівновага, фальшива одна з трьох пар: (A, B), (D, E) або (I, J). Яка саме, визначаємо у другому зважуванні.

Якщо рівноваги під час першого зважування немає, визначаємо пару фальшивих монет з чотирьох сусідніх, що залишились.

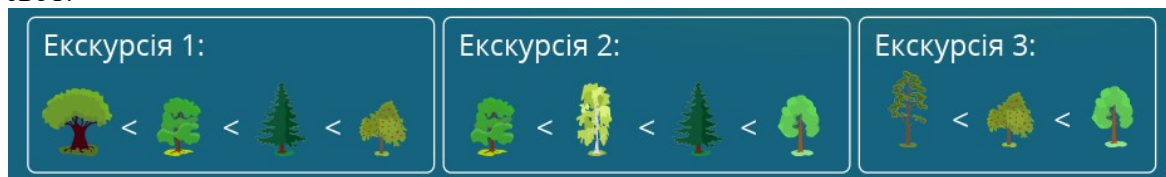
Фальшиві монети визначили 23% учнів.

11. Сад

автор – Вольфганг Поль, Німеччина

(6 - 11 класи)

Вчителька біології Лариса водить бобренят на екскурсії у ботанічний сад. На трьох попередніх екскурсіях вона провела опитування учнів, які дерева сподобались їм найбільше. Результати вона зберегла на малюнках. Вираз “Дерево1 < Дерево2” означає, що Дерево2 сподобалось учням більше, ніж Дерево1.



На наступній екскурсії вчителька хоче показувати дерева у такому порядку, щоб кожне наступне дерево подобалось учням більше, ніж попереднє. Зокрема, після третьої екскурсії вона зрозуміла, що найкраще дерево другої екскурсії подобається дітям більше, ніж найкраще дерево першої екскурсії. Допоможіть Ларисі впорядкувати наступні дерева у порядку їх показу:



Розв'язок.

Найпростіший спосіб розв'язування – спочатку визначити, які дерева подобаються найбільше та менше:



Завершіть план екскурсії самостійно. Правильно ці зробили від 38% учнів 2-3 класів до 60% старшокласників.

12. НЦСК

автор – Ростислав Шпакович, Львів

А) Задача для 6-7 класів

У Бебрасленді всі числа, які складаються лише з четвірок та сімок називаються щасливими. У школі бобренята вчать знаходити для заданої пари чисел їхнє Найменше Щасливе Спільне Кратне - НЦСК.

Наприклад:

$$\text{НЦСК}(1, 11) = 44;$$

$$\text{НЦСК}(3, 7) = 777.$$

Допоможіть бобрику Сильвестру обчислити таку величину:

А) Задача для 6-7 класів

$$\text{НЦСК}(1, 6) = ?$$

Підказка: Потрібно знайти найменше щасливе парне число, сума цифр якого ділиться на 3.

Відповідь **444** дали 24% учнів.

Б) Задача для 8-9 класів

$$\text{НЦСК}(3, 9) = ?$$

Підказка: Потрібно знайти найменше щасливе число, сума цифр якого ділиться на 9.

Сума цифр цього числа повинна ділитись на 9. Оскільки суму 9 отримати з доданків 4 і 7 неможливо, ця сума повинна дорівнювати 18. Знайдіть це НЦСК самостійно.

Правильну відповідь дали 26% учнів.

В) Задача для 10-11 класів

$$\text{НЦСК}(2, 8) = ?$$

Підказка: Двоцифрових щасливих чисел, що діляться на 8, не існує. Трьохцифрове щасливе число, що ділиться на 8, не може розпочинатися на 4. Знайдіть це НЦСК самостійно.

Правильну відповідь дали 36% старшокласників.

13. Заповідник

Автор – Моніка Томчанійова, Словаччина
(8-11 класи)

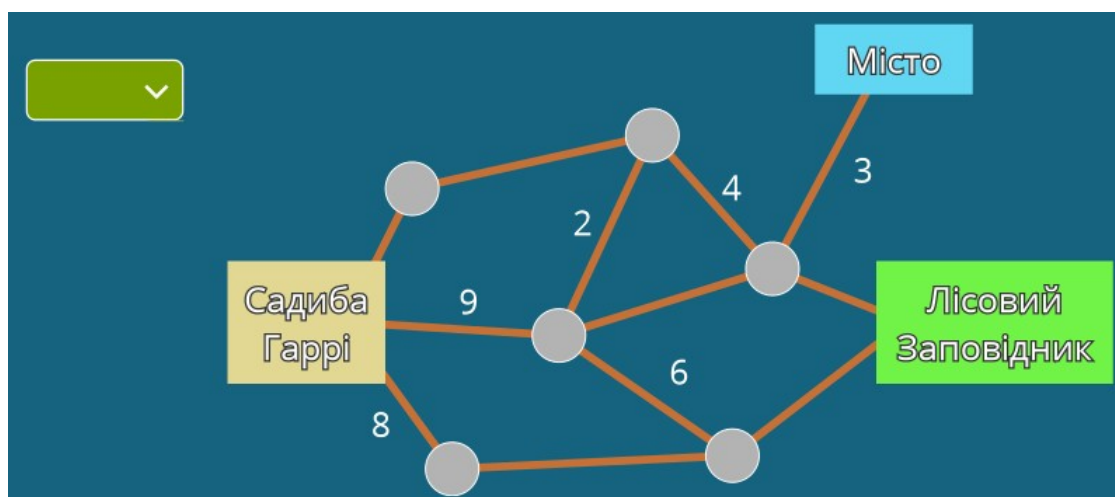
На електронній карті-схемі Гаррі відобразив свою садибу, сусіднє місто та лісовий заповідник. Відрізками позначені відповідні дороги, а кругами — сусідні села. Їдучи з дому до міста або у заповідник, він завжди вибирає дороги, які віддаляють його від дому.

Гаррі записує біля деяких доріг, скільки разів з початку року він вибирав їх у таких поїздках.

Подивившись на схему, Гаррі зробив висновок, що він був у місті лише три рази.

Скільки разів Гаррі був у лісовому заповіднику?

Виберіть відповідне число у випадуючому списку:



Задача виявилась досить важкою для 8-9 класів. Її правильно розв'язали лише 8% учнів.

У 10-11 класах правильну відповідь знайшли 15% учнів.

Один з найпростіших способів розв'язування:

Легко підрахувати, що Гаррі виїжджав з дому верхньою дорогою двічі.

Тому загальна кількість поїздок: $8+9+2=19$.

У місті Гаррі був тричі. Отже у заповіднику – 16 разів.

14. Модернізація

Автор - Ростислав Шпакович, Львів

На карті-схемі відображено населені пункти та дороги між ними.

Для кожної дороги вказано час, за який рейсовий автобус її долає. Уряд виділяє кошти для модернізації двох доріг.

Якщо до модернізації дороги автобус проходив її за t годин, то після модернізації - за $2 * t // 3$ години.

Тут символом $//$ позначено операцію цілочисельного ділення.

Наприклад, якщо $t=8$, то $2 * t // 3 = 2 * 8 // 3 = 16 // 3 = 5$.

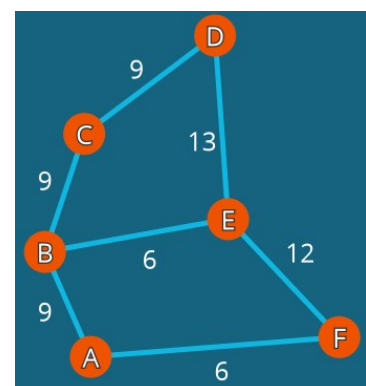
А) Задача для 8-9 класів

Виберіть такі дві дороги для модернізації, щоб з пункту А до пункту D можна було добратись якнайшвидше.

Потім прокладіть оптимальний маршрут з А до D.

Зараз оптимальний маршрут - ABCD (час - 27 годин)

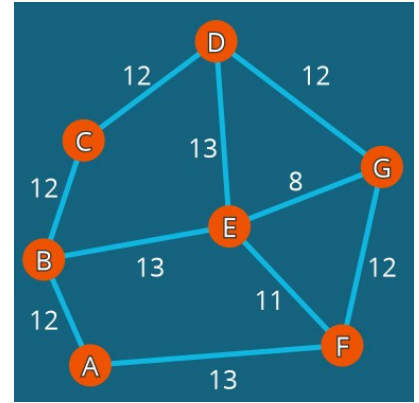
Підказка. Найвигідніше модернізувати дороги АВ та ED. . Задачу правильно розв'язали 53% учнів.



Б) Задача для 10 - 11 класів

Виберіть такі три дороги для модернізації, щоб з пункту А до пункту D можна було добратись якнайшвидше. Потім прокладіть оптимальний маршрут з А до D. Зараз оптимальний маршрут - ABCD (час - 36 годин)

Підказка. Найвигідніше модернізувати дороги AF, FE та ED. . Задачу правильно розв'язали 67% учнів.



15. Доміно

автор - Ростислав Шпакович, Львів
(10 - 11 класи)

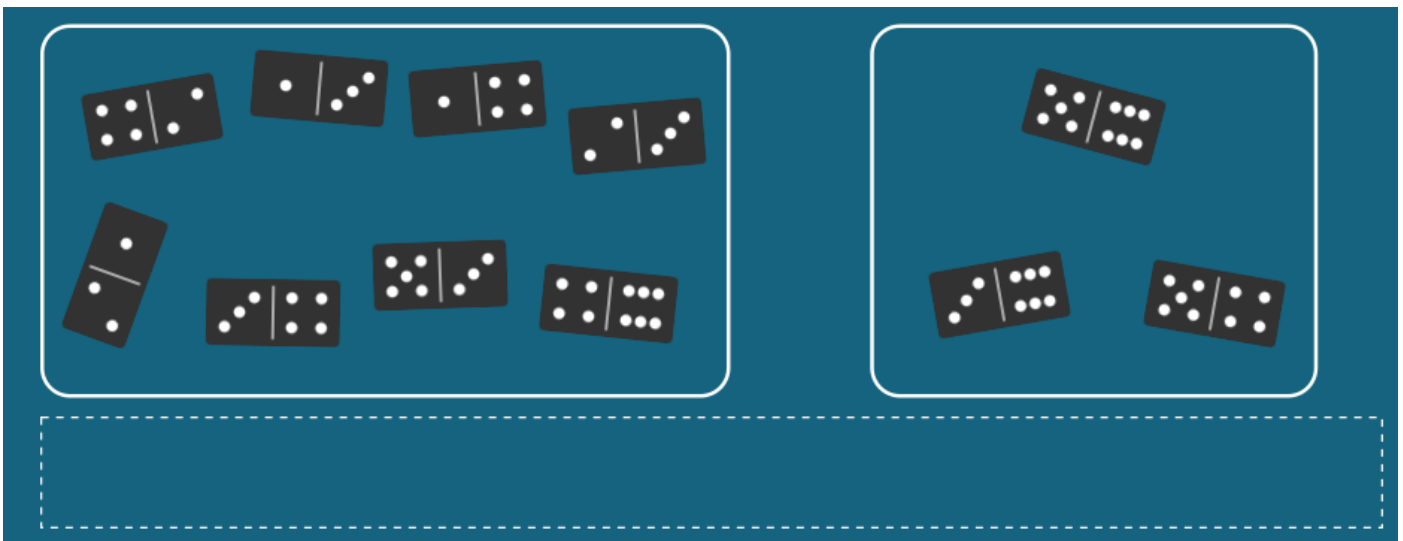
Кожна плитка доміно складається з двох половинок.

Дві плитки можна ставити поряд, якщо на їхніх сусідніх половинках однакова кількість білих кружечків. Нижче зліва показано правильне з'єднання двох плиток, а справа — неправильне.



Бобрик має на столі такі плитки:

Додаткові плитки на столику:



Виберіть одну з додаткових плиток і допоможіть бобрику сформувати у нижньому прямокутнику правильний ланцюжок з дев'яти плиток. Поворот плитки виконується правою кнопкою мишки.

Підказка. Зараз на столі є 3 плитки з одним білим кружечком на половинці, 3 плитки з двома кружечками на половинці, та по одній плитці з п'ятьма і шістьма кружечками на половинці. Але може бути лише два типи половинок, яких є непарні кількості. По одній такій половинці, що не має пари, потрібно поставити на кінцях ланцюжка. Всі внутрішні половинки ланцюжка матимуть сусідню плитку з такою ж половинкою.

Тому з столика потрібно додати плитку 5:6. Ланцюжок потрібно почати будувати з будь-якої одинички або двійки.

Ланцюжок побудували 68% учнів.

16. Калькулятор

автор – Меріос Чадарі, Пакистан

Семеро бобрів транспортують колоди на тартак. Протягом дня вони роблять по три рейси.

Після кожного рейсу на карточку водія вноситься кількість привезених колод.

У кінці дня бобри здають здають карточки своєму шефу Бобу.

Чотири бобри здали однакові картки з числами (1 2 3).

Три бобри здали однакові картки з числами (4 5 6).

Боб підраховує загальну кількість перевезених колод на своєму калькуляторі.

Калькулятор має пристрій **Input** для зчитування даних з картки, комірку пам'яті **Result** та лічильник часу **Timer**.

Обчислення виконуються за допомогою двох кнопок:

Кнопка	Виконувана операція	Час
R += Inp	Числа, зчитані з картки через Input, додаються до вмісту комірки Result	3 секунди
R *= 2	Число у комірці Result множиться на 2	1 секунда

Допоможіть Бобу обчислити загальну кількість привезених колод за мінімальний час.

Картки:	Input	Result	Timer
1 2 3		0	0
4 5 6	R += Inp	R *= 2	

Підказка. Потрібно якнайшвидше обчислити такий вираз:

$$4*(1+2+3) + 3*(4+5+6)$$

Найшвидше це робиться з використанням ідеї **обчислень за класичною схемою Горнера**:

$$((1+2+3)*2+4+5+6)*2+4+5+6$$

Відповідь: Сума – 69, час – 11 секунд.

Задача виявилась найважчою. Правильні обчислення за 11 секунд виконали лише 6% старшокласників. Виконайте ці обчислення, використовуючи підказку.